



REPUBLIKA E SHQIPËRISË  
 MINISTRIA E ARSIMIT  
 DHE SPORTIT  
 AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

**PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2016**

**I DETYRUAR**

**VARIANTI A**

E premte, 17 qershor 2016

Ora 10.00

Lënda: MATEMATIKË (GJIMNAZI GJUHËSOR)

Udhëzime për nxënësin

Testi në total ka **25 pyetje**, 13 pyetje me zgjedhje (alternativa) dhe 12 pyetje me zhvillim.

Në pyetjet me zgjedhje rrethoni **vetëm** shkronjën përbri përgjigjes së saktë, ndërsa për pyetjet me zhvillim është dhënë hapësira e nevojshme për të shkruar përgjigjen.

Koha për zhvillimin e pyetjeve të testit është **2 orë e 30 minuta**.

Pikët për secilën kërkesë janë dhënë përbri saj.

Për përdorim nga komisioni i vlerësimit

Kërkesa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pikët										
Kërkesa	11	12	13	14a	14b	15	16a	16b	17a	17b
Pikët										
Kërkesa	18	19	20	21	22	23	24a	24b	25	
Pikët										

Totali i pikëve

KOMISIONI I VLERËSIMIT

1.....Anëtar

2.....Anëtar

Për pyetjet 1-13 rrethoni vetëm shkronjën që i përgjigjet alternativës së saktë.

1. Shprehja  $\sin(90^\circ-x)$  është identike me:

1 pikë

- A)  $-\cos x$
- B)  $-\sin x$
- C)  $\sin x$
- D)  $\cos x$

2. Numri i vlerave të palejuara për shprehjen  $\frac{1}{x^3 - 3x}$  është:

1 pikë

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

3. Në progresionin gjeometrik  $q=2$ . Vlera e  $\frac{y_8}{y_5}$  është:

1 pikë

- A) 2
- B) 4
- C) 8
- D) 16

4. Brinja e kubit në cm me vëllim  $64 \text{ cm}^3$  është:

1 pikë

- A) 12
- B) 9
- C) 8
- D) 4

5. Vlera e  $\frac{2^{-5}}{2^2}$  është:

1 pikë

- A) 8
- B)  $2^7$
- C)  $2^{-7}$
- D)  $2^{-1}$

6. Prerja e bashkësive  $A = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -5\}$  dhe  $B = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\}$  është:

1 pikë

- A)  $\mathbb{R}$
- B)  $[-5, 0]$
- C)  $] -5, 0]$
- D)  $[-5, 0]$

7. Inekuacioni  $-1 > 3 - 2x$  është i njëvlershëm me:

1 pikë

- A)  $x < 2$   
 B)  $x > 2$   
 C)  $x < 4$   
 D)  $x > -4$

8. Jepet  $f(x) = 2^{2-x}$ . Vlera e  $f(4)$  është:

1 pikë

- A) 0,25  
 B) 2  
 C) 3  
 D) 4

9. Grafikët e funksioneve  $y = x - 2$  dhe  $y = -x$  priten në pikën me abshisë:

1 pikë

- A) 4  
 B) 3  
 C) 2  
 D) 1

10. Vektorët  $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix}$  dhe  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$  janë paralelë. Vlera e  $x$  është:

1 pikë

- A) 3  
 B) 2  
 C)  $\frac{3}{2}$   
 D)  $\frac{2}{3}$

11. Derivati i funksionit  $y = 1 - x^3$  në pikën  $x = 0$  është:

1 pikë

- A) 9  
 B) 3  
 C) 1  
 D) 0

12. Vlera e  $\int_0^1 2x dx$  është:

1 pikë

- A) 3  
 B) 2  
 C) 1  
 D) 0

13. Cili nga pohimet e mëposhtëm **NUK** është i vërtetë:

1 pikë

- A) Dy drejtëza prerëse caktojnë një plan të vetëm.  
 B) Tre kulmet e një trekëndëshi ndodhen në një plan të vetëm.  
 C) Tri pika ndodhen në një plan të vetëm.  
 D) Dy drejtëza paralele caktojnë një plan të vetëm.

Pyetjet 14-25 janë me zhvillim dhe me arsyetim.

14.

a) Gjeni largesën e pikës A nga drejtëza BC, nëse A(1;1), B(2;3), C(4;5).

2 pikë

Së pari gjejmë ekuacionin e drejtëzës BC:

$$(BC): \frac{x-x_B}{x_C-x_B} = \frac{y-y_B}{y_C-y_B} \Rightarrow \frac{x-2}{4-2} = \frac{y-3}{5-3} \Rightarrow \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{2}$$

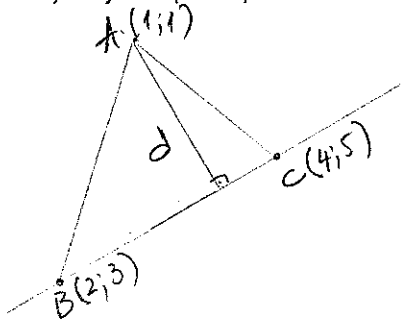
$$x-2 = y-3 \Rightarrow (BC): \boxed{x-y+1=0}$$

$$d(A; BC) = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ njësi}$$

$$\boxed{d = \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

b) Gjeni sipërfaqen e trekëndëshit ABC.

2 pikë



$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot d}{2}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$S = \frac{2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{2} = 1 \text{ njësi katrorë}$$

15. Mesatarja aritmetike e numrave x, x+9, x+6, x+3, x+2 është 8. Gjeni mesoren e këtyre numrave.

2 pikë

$$m = \frac{x + (x+9) + (x+6) + (x+3) + (x+2)}{5} = 8$$

$$5x + 20 = 40$$

$$5x = 20 \Rightarrow x = 4$$

Pra numrat janë: 4, 13, 10, 7, 6

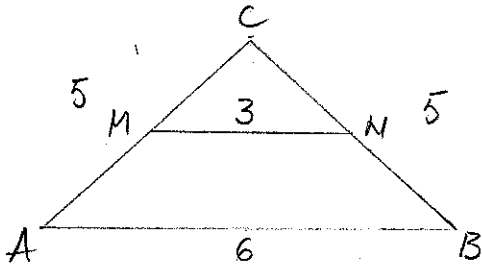
Për të gjetur mesoren e tyre i radhës ton sipas rendit rritës: 4, 6, 7, 10, 13.

Mesorja është numri 7

16. Brinja anësore e një trekëndëshi dybrinjënjëshëm është 5cm, kurse vija e mesme përballë bazës është 3cm.

a) Gjeni syprinën e trekëndëshit.

2 pikë



MN vijë e mesme e trekëndëshit ABC,  
 pra:  $MN \parallel AB$  dhe  $MN = \frac{1}{2} AB$

$AB = 6 \text{ cm.}$

$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$a = 5 ; b = 5 ; c = 6$

$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+5+6}{2} = 8 \text{ cm.}$

$S = \sqrt{8(8-5)(8-5)(8-6)} = \sqrt{8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$

$S = 12 \text{ cm}^2$

b) Gjeni rrezën e rrethit të brëndashkruar trekëndëshit.

2 pikë

Dikim se  $S = \frac{P \cdot r}{2}$

ku  $P$  - perimetri i trekëndëshit  
 $r$  - rrezja e rrethit  
 të brëndashkruar tij.

$P = 5 + 5 + 6 = 16 \text{ cm.}$

$r = \frac{2 \cdot S}{P} = \frac{2 \cdot 12}{16} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$r = \frac{3}{2} \text{ cm}$

17. Jepet funksioni:  $y=2x^3-6x^2+5$

a) Studioni monotoninë dhe gjeni ekstremumet e funksionit,

3 pikë

Për të studiuar monotoninë e funksionit, studiojmë shenjën e derivatit të parë të tij:

$$y' = (2x^3 - 6x^2 + 5)' = 6x^2 - 12x$$

$$y' = 0 \Rightarrow 6x^2 - 12x = 0$$

$$6x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \text{ ose } x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y		↗ max ↘		↘ min ↗	

Për  $x \in ]-\infty; 0[$   $f(x)$  monoton rritës

Për  $x \in ]0; 2[$   $f(x)$  monoton zbritës

Për  $x \in ]2; +\infty[$   $f(x)$  monoton rritës

në  $x = 0$ ,  $f(x)$  arrin maksimum:  $f(0) = 5$  Max(0; 5)

në  $x = 2$ ,  $f(x)$  arrin minimum:  $f(2) = 2 \cdot 8 - 6 \cdot 4 + 5 = -3$  Min(2; -3)

b) Studioni përkulshmërinë e vijës dhe gjeni pikat e infleksionit të funksionit.

2 pikë

Për të studiuar përkulshmërinë e grafikut të funksionit, studiojmë shenjën e derivatit të dytë:

$$y'' = (6x^2 - 12x)' = 12x - 12$$

$$y'' = 0 \Rightarrow 12x - 12 = 0$$

$$x = 1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y''	-	0	+
y	↘ p.i. ↗		

Për  $x \in ]-\infty; 1[$  grafiku i  $f(x)$  është i mbyset

Për  $x \in ]1; +\infty[$  grafiku i  $f(x)$  është i llogar.

në  $x = 1$  grafiku ka pikë infleksionit

$$f(1) = 2 \cdot 1 - 6 \cdot 1 + 5 = 1$$

Pika  $P(1; 1)$  është pikë infleksionit.

18. Jepen funksionet  $f(x)=mx$ ;  $g(x)=x-2$  dhe  $f \circ g(1)=3$ . Gjeni vlerën e  $m$ .

2 pikë

$$f \circ g(x) = f[g(x)] = f(x-2) = m(x-2) = mx - 2m$$

$$f \circ g(1) = m \cdot 1 - 2m = m - 2m = -m$$

$$\text{Por } f \circ g(1) = 3 \implies -m = 3$$

$$\boxed{m = -3}$$

19. Të gjendet:  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{2x-8}$

2 pikë

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{2x-8} = \frac{\sqrt{4}-2}{2 \cdot 4 - 8} = \frac{0}{0} \text{ (formë e pacaktuar)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{2(x-4)(\sqrt{x}+2)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x})^2 - 2^2}{2(x-4)(\sqrt{x}+2)} =$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x \neq 4}} \frac{\cancel{x-4}}{2(\cancel{x-4})(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{2(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{2(\sqrt{4}+2)} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$$

20. Në të gjitha fjalët me ose pa kuptim të formuara me gërmat M;I;P;O;H, zgjidhet rastësisht njëra prej tyre. Sa është probabiliteti i ngjarjes që fjala e zgjedhur të jetë fjala "POHIM"

2 pikë

Gjejmë numrin e fjalëve me ose pa kuptim që formohen me gërmat e ollena:

- Cdo fjalë është një rradhitje e gërmave M;I;P;O;H, prandaj kemi  $P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$  fjalë gjithësej.

$$n(H) = 120$$

$$A = \{POHIM\} \Rightarrow n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(H)} = \frac{1}{120}$$

21. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksionit  $y = \frac{\sqrt{1-x}}{\log x}$ .

3 pikë

$$E = \left\{ x \in \mathbb{R} / 1-x \geq 0 \text{ dhe } x > 0 \text{ dhe } \log x \neq 0 \right\} \text{ ose } \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x > 0 \\ \log x \neq 0 \end{cases}$$

$$1. \quad \begin{aligned} 1-x &\geq 0 \\ -x &\geq -1 \\ x &\leq 1 \end{aligned}$$

$$A = ]-\infty; 1]$$

$$2. \quad x > 0$$

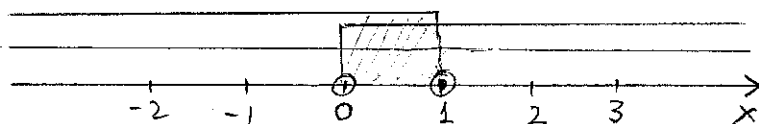
$$B = ]0; +\infty[$$

$$3. \quad \begin{aligned} \log x &\neq 0 \\ \log x &\neq \log 1 \end{aligned}$$

$$x \neq 1$$

$$C = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$E = A \cap B \cap C$$



$$E = ]0; 1]$$



22. Të zgjidhet ekuacioni  $\sin x - \sin 2x = 0$ , në  $[0; \pi]$ 

3 pikë

$$\sin x - \sin 2x = 0$$

$$\sin x - 2 \sin x \cos x = 0$$

$$\sin x (1 - 2 \cos x) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \text{ose} \quad 1 - 2 \cos x = 0$$

1.  $\sin x = 0$

$$x = k \cdot \pi \quad \text{për } k \in \mathbb{Z}$$

në  $[0; \pi]$  zgjidhjet janë

$$x = 0 \quad (k=0)$$

$$x = \pi \quad (k=1)$$

2.  $1 - 2 \cos x = 0$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = k \cdot 2\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

në  $[0; \pi]$  zgjidhjet janë:

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (k=0)$$

Bashkësia e zgjidhjeve të ekuacionit fillestar:

$$A = \left\{ 0; \frac{\pi}{3}; \pi \right\}$$

23. Të zgjidhet sistemi  $\begin{cases} x - y = 4 \\ xy = -3 \end{cases}$ 

3 pikë.

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ xy = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ (4 + y)y = -3 \end{cases}$$

Zgjidhim ekuacionin:

$$(4 + y)y = -3$$

$$4y + y^2 + 3 = 0$$

$$y^2 + 4y + 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 12 = 4$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{2} = \begin{cases} -1 \\ -3 \end{cases} \quad \text{Pra: } y_1 = -1 \Rightarrow x_1 = 4 + (-1) = 3$$

$$y_2 = -3 \Rightarrow x_2 = 4 + (-3) = 1$$

Zgjidhjet e sistemit janë çiftet e reallituro:

$$(3; -1) \text{ dhe } (1; -3)$$

24. Jepet parabola me ekuacion  $y^2 = 2x$ .

a) Gjeni vatrën e saj.

1 pikë

Ekuacioni i parabolës është i trajtës  $y^2 = 2px$   
 Pra  $2p = 2 \Rightarrow \underline{p = 1}$

Vatra  $F\left(\frac{p}{2}; 0\right) \Rightarrow F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

b) Gjeni ekuacionin e tangjentes në pikën e parabolës me ordinatë  $-2$ .

2 pikë

Pika me ordinatë  $-2$  ndodhet në parabolë,  
 prandaj kemi:  $(-2)^2 = 2x$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$

pika  $M(2; -2) \in$  Parabolë

Ekuacioni i tangjentes në këtë pikë të saj është:

$$y \cdot y_1 = p(x + x_1)$$

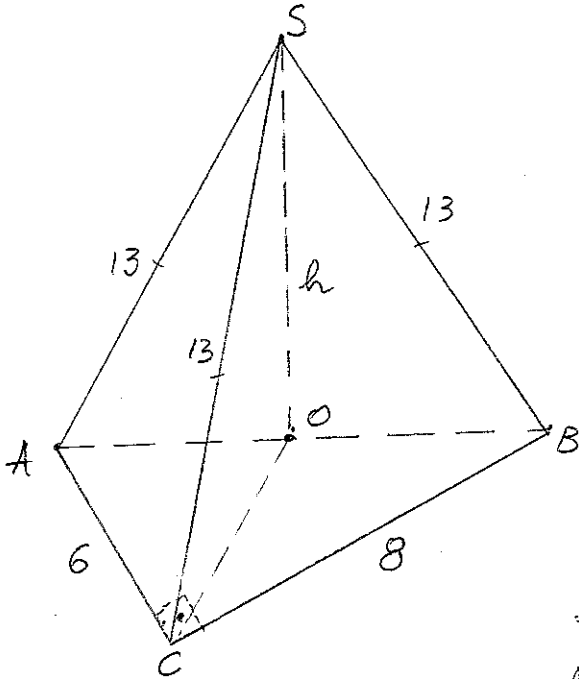
$$y \cdot (-2) = 1(x + 2)$$

$$-2y = x + 2$$

$$\boxed{x + 2y + 2 = 0}$$

25. Në piramidën me bazë trekëndëshin kënddrejtë me katete 8cm dhe 6 cm, brinjët anësore të saj janë secila nga 13cm. Gjeni vëllimin e piramidës.

4 pikë



$$V = \frac{1}{3} S_b \cdot h$$

$SO \perp \text{pl}(ABC)$

$SA = SB = SC = 13 \text{ cm}$  të përvetëta me planin  $(ABC)$

Si rrjedhim,  $OA = OB = OC$  si projeksione pingule të barabarta të të përvetave të barabarta të drejtë nga e njëjta pikë.

Pra,  $O$  është e barazlanguar nga kulmet  $A, B, C$ , qëllon që  $O$  është qendra e rrethit të jashtëshkruar të trekëndëshit  $ABC$  kënddrejtë në  $C$ , kështu  $O$  - mesi i hipotenuzës  $AB$ .

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$AB = 10 \text{ cm} \Rightarrow OB = 5 \text{ cm.}$$

$$S_b = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24 \text{ cm}^2$$

Në  $\triangle SOB$  kemi:  $SO^2 = SB^2 - OB^2$

$$SO^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144.$$

$$SO = 12 \text{ cm.} \Rightarrow h = 12 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 12 = 96 \text{ cm}^3$$