REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE E SHKENCËS
AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS

Klasa 9 **Faza e tretë** **Viti mësimor 2012-2013**

1 .Rrënjët e ekuacionit $ax^2+bx+c=0$ janë numurat m dhe n.Të gjënden rrënjët e ekuacionit $cx^2+bx+a=0$.

ZGJIDHJE

Në ekuacionin e parë $D=b^2-4ac>0$ dhe del se edhe ekuacioni i dytë ka zgjidhje sepse dallori i tij është b^2-4ac.Në ekuacionin e parë $mn=\frac{c}{a}$ dhe $m=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$;$n=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$.

Në ekuacionin e dytë $x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2c}$=m. $\frac{a}{c}$=m.$\frac{1}{mn}=\frac{1}{n}$.Po kështu del që $x_2=\frac{1}{m}$

2.Një klasë ka 25 nxënës .Vërtetoni se në këtë klasë ka të paktën 3 nxënës që e kanë ditëlindjen në të njëjtin muaj.

ZGJIDHJE

Supozojmë se në klasë nuk ka të paktën 3 nxënës që kanë ditëlindjen në të njëjtin muaj.Pra ka të shumtën 2 nxënës që kanë ditëlindjen në të njëjtin muaj.Në këtë rast klasa dotë kishte 24 nxënës.(absurditet).

3.Të zgjidhet ekuacioni $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{10}$ në baskësinë e numurave natyrorë.

ZGJIDHJE

Ekuacioni pas transformimësh kthehet.$x=10+\frac{100}{y-10}$. y-10 duhet të jetë 1;2;4;5;10;25;50;100. Që këtu gjenden çiftet (x;y).

4. Të vërtetohet se dy trekëndësha me perimetra të barabartë dhe me dy kënde kongruentë janë kongruentë.

ZGJIDHJE

M.q.s trekëndëshat kanë dy kënde të barabartë ata janë të ngjajshëm.Pra $\frac{a}{m}=\frac{b}{n}=\frac{c}{e}=\frac{P}{P_1}=1$.Nga del a=m;b=n;dhe c=e.Pra trekëndëshat janë kongruentë.

5. Të vërtetohet se në trekëndëshin këndrejtë me katete a dhe b ka vend mosbarazimi $a+b\leq 2\sqrt{2}R$ .ku R rrezja e rrethit të jashtëshkruar.

ZGJIDHJE

Shënojmë hipotenuzën me c.Hipotenuza është dhe diametër i rrethit të jashtëshkruar,pra c=2R. M.q.s $(a-b)^2\geq 0$ del $a^2+b^2\geq 2ab$.

$2\sqrt{2}R=c\sqrt{2}=\sqrt{2c^2}=\sqrt{a^2+b^2+a^2+b^2}\geq\sqrt{a^2+b^2+2ab}=a+b$ (sepse a>0dhe b>0)