**REPUBLIKA E SHQIPËRISË**
**MINISTRIA E ARSIMIT DHE E SHKENCËS**
**AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE**

---

# OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS

**Viti mësimor 2012-2013** **Faza e tretë** **Klasa 11**

**1.** Në trekëndëshin ABC hiqen mesorja AM, lartësia AH dhe përgjysmorja AL të cilat ndajnë këndin BAC në katër pjesë të barabarta. Gjeni masën e këndit BAC**.**

**ZGJIDHJE**

Shënojmë një nga katër këndet me x dhe AB=aNë trekëndëshin ALM nga teorema e sinusit kemi $\frac{LM}{\sin x} = \frac{a}{\cos 2x}$ (sepse AL=a).Në trekëndëshinAHL kemi HL=asinx.Qëkëtu del BM=2asinx+$\frac{a\sin x}{\cos 2x}$Në trekëndëshinAMC kemi MC=$\frac{a\sin x\cos x}{\cos 2x\cos 3x}$.M.q.s BM=MC pas transformimesh 2cosxcos4x=0 ,pra cos4x=0. 4x=$90^{o}$.

**2.** Zgjidhni inekuacionin $2x^4 \le \sin^4 x + \cos^6 x - 1$
**ZGJIDHJE**

Për $x \neq 0$ kemi $\sin^4 x+\cos^6 x-1=\sin^2 x.\sin^2 x+\cos^2 x\cos^4 x-1 \le \sin^2 x+\cos^2 x-1=0$,por $2x^4>0$ d.m.th.që inekuacioni nuk ka zgjidhje. Për x=0 mosbarazimi është i vërtetë.

**3.** Në trekëndëshin e rregullt ABC merret pika O e tillë që AO : OB : OC = $a$ : $b$ : $c$.

Gjeni masën e këndit AOB, nëse $a^2 + b^2 = c^2$

**ZGJIDHJE**

Zbatojmë rrotullimin me qëndër B dhe kënd $60^{o}$.$C \to A$; $O \to O_1$, nga del që $CO=AO_1$dhe $BO=BO_1$.Trekëndëshi $AOO_1$ është këndrejtë ,pra këndi $AOO_1=90^{o}$,kurse trekëndëshi $BOO_1$ është barabrinjës dhe këndi $BOO_1=60^{0}$.Këndi AOB=$150^{o}$.

**4.** Jepet numri natyror N me të gjitha shifrat numra tek. Provoni nëse N është ose jo katror i një numri natyror.

**ZGJIDHJE**

Supozojmë se $N=k^2$ Shënojmë $k=10a+b$ ku $a,b \in N$ dhe $b \leq 9$ dhe tek. $N=100a^2+20ab+b^2$.

Dy shifrat e fundit të N përcaktohen nga $20ab+b^2$.20ab mbaron me 0 dhe shifra e parafundit çift.Shifra e fundit të $b^2$ tek, kurse shifra e parafundit e N është çift.(absurditet).

**5.** Zgjidhni ekuacionin $tg^2 2x \cdot tg3x = 3tg3x - 4tg2x$

**ZGJIDHJE**

**tg**$^2$2x.tg3x+tg3x=4(tg3x-tg2x). $\frac{tg3x}{\cos^2 x} = 4\frac{\sin x}{\cos 3x \cos 2x}$.Me kushtet që cos2x dhe

$\cos 3x \neq 0$ del $\sin x(4\sin^2 x+8\sin x-5)=0$