



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE E SHKENCËS
AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS

Viti mësimor 2012-2013

Faza e dytë

Klasa 9

1. Thjeshtoni $\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$

2. Vërtetoni se përgjysmoret e këndeve të anëshkuar brinjës anësore të një trapezi priten në një pikë të vijës së mesme të tij.

3. Shprehja $-x^2 + bx + c$ merr vlerën më të madhe 5 për $x = 2$. Gjeni b dhe c.

4. Shpjegoni si do të ndërtoni me saktësi segmentin me gjatësi $\sqrt{6}$ cm.

5. Zgjidhni ekuacionin $(x + 2)^2(x + 6)(x - 2) = 192$.

6. Në një trekëndësh këndrejtë lartësia mbi hipotenuzë e ndan atë në dy segmente të tillë që diferenca e tyre është sa një katet i trekëndëshit. Gjeni këndet e trekëndëshit.

7. Jepet trekëndëshi këndrejtë me rreze të rrathëve të brëndashkuar dhe jashtëshkuar përkatësisht r dhe R. Vërtetoni se shuma e kateteve të tij është e barabartë me $2r + 2R$.

8. Zgjidhni ekuacionin $(x^2 + 1)^2 = 4x(1 - x^2)$.

SHËNIM

Çdo pyetje vlerësohet me 10 pikë



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE E SHKENCËS
AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS

Viti mësimor 2012-2013

Faza e dytë

Klasa 10

1. Zgjidhni ekuacionin $\sqrt{x + \sqrt{6x - 9}} + \sqrt{x - \sqrt{6x - 9}} = \sqrt{6}$

2. Numrat x dhe y janë zgjidhje të sistemit
$$\begin{cases} x + y = a - 1 \\ xy = a^2 - 78a + 14 \end{cases}$$

Gjeni vlerat a që $x^2 + y^2$ të marrë vlerën më të madhe.

3. Jepet trekëndëshi ABC, këndrejtë në C, ku CD lartësi e tij. Vërtetoni se $CD + AB > AC + BC$.

4. Rrënjët e ekuacionit $x^2 + ax + 1 = b$ janë numra natyrorë. Vërtetoni $a^2 + b^2$ është numër i përbërë.

5. Në një rreth është brendashkruar një trekëndësh ABC. Largësitë e kulmeve A dhe C nga tangjentja e hequr në B janë a dhe b . Gjeni lartësinë e trekëndëshit të hequr mbi AC.

6. Brenda trekëndëshit barabrinjës merret një pikë O e tillë që $OA = 3\text{cm}$; $OB = 4\text{cm}$ dhe $OC = 5\text{cm}$. Gjeni këndin AOB.

7. Të zgjidhet ekuacioni $x^4 + 8x - 7 = 0$.

8. Gjeni vlerën më të vogël të shprehjes $\frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$ nëse $x > 0$; $y > 0$; $z > 0$ dhe

$$\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{xz} = 1.$$

SHËNIM

Çdo pyetje vlerësohet me 10 pikë



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE E SHKENCËS
AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS

Viti mësimor 2012-2013

Faza e dytë

Klasa 11

1. Zgjidhni ekuacionin $\log \sin(x - |x|) = 0$.
2. Zgjidhni ekuacionin $x^2 + (\sin \phi - 1)x - \frac{1}{2} \cos^2 \phi = 0$. Për ç'vlera të ϕ ekuacioni ka dy rrënjë të tilla që shuma e katrorëve të tyre arrin vlerën më të madhe?
3. Zgjidhni ekuacionin $2^{x+2} + 2^{2x-1} = 3 \cdot 8^{x-1}$.
4. Jepet trekëndëshi ABC, ku CD është lartësia e tij mbi AB. Vërteoni se nëse $CD^2 = AD \cdot DB$, atëherë këndi ACB është i drejtë.
5. Vërtetoni mosbarazimin $\frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_3 \pi} + \frac{1}{\log_5 \pi} < 3$
6. Zgjidhni ekuacionin $9^x - 6^x = 4^{x + \frac{1}{2}}$
7. Në një trekëndësh ABC me brinjë a; b; c provoni që $h_a \leq \sqrt{bc} \cos \frac{A}{2}$ (ku h_a lartësia mbi brinjën a).
8. Në sektorin rrethor me kënd 60° dhe rreze 1 njësi brendashkruhen drejtëkëndësha (dy kulme në hark dhe dy të tjerët në rrezen e sektorit). Gjeni vlerën më të vogël të syprinës së drejtëkëndëshit.

SHËNIM

Çdo pyetje vlerësohet me 10 pikë



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE E SHKENCËS
AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS

Viti mësimor 2012-2013

Faza e dytë

Klasa 12

1. Vërtetoni se për $x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$ është i vërtetë mosbarazimi $\frac{\sin x}{x} > 1 - \frac{x^2}{4}$.
2. Zgjidhni ekuacioni $\sqrt{x+5} + \sqrt{2-x^2} = x^2 - 25$.
3. Në trekëndëshin ABC, këndi A është më i vogli nga 3 këndet e tij. Lartësia e hequr nga A dhe mesorja e hequr nga kulmi B janë kongruente. Të vërtetohet se masa e këndit B është $\leq 60^\circ$.
4. Vërtetoni se ndër 30 numra natyrorë mund të zgjidhen disa që shuma e tyre të plotpjestohet me 30.
- 5 Zgjidhni sistemin
$$\begin{cases} x + 2^x = y + 2^y \\ x^2 + xy + y^2 = 12 \end{cases}$$
6. Vërtetoni barazimin $1 + 2\sin 70^\circ = \frac{1}{2\sin 20^\circ}$.
7. Gjeni të gjitha funksionet $f(x)$ që vërtetojnë barazimin $f'(x)\sin x - f(x)\cos x = \sin^2(x)$.
8. Zgjidhni ekuacionin $2\log_6(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}) = \log_4 x$.

SHËNIM

Çdo pyetje vlerësohet me 10 pikë