

REPUBLIKA E SHQIPËRISË
 MINISTRIA E ARSIMIT
 DHE SPORTIT
 AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

PROVIMET KOMBËTARE TË ARSIMIT BAZË

SESIONI I

E martë, 16 qershor 2015

Ora 10.00

Lënda: Matematikë

Udhëzime për nxënësin

Testi në total ka **25 pyetje**.

Trembëdhjetë pyetje janë me zgjedhje (qarkim).

Dymbëdhjetë pyetje janë me zhvillim.

Në pyetjet me zgjedhje qarkoni **vetëm** shkronjën përbri përgjigjes së saktë, ndërsa për pyetjet me zhvillim është dhënë hapësira e nevojshme për të shkruar përgjigjen.

Koha për zhvillimin e pyetjeve të testit është **2 orë e 30 minuta**.

Pikët për secilën pyetje janë dhënë përbri saj.

Për përdorim nga komisioni i vlerësimit

Kërkesa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pikët										
Kërkesa	11	12	13	14	15	16	17a	17b	18a	18b
Pikët										
Kërkesa	19a	19b	20	21	22	23	24	25		
Pikët										

Totali i pikëve

KOMISIONI I VLERËSIMIT

1..... Anëtar

2..... Anëtar

1. Vlera e $(2^{-2})^{-2}$ është:

1 pikë

- A) 2
- B) 4
- C) 8
- D) 16

2. Numri $27^{\frac{1}{3}}$ është i barabartë me:

1 pikë

- A) 9
- B) 6
- C) 3
- D) 1

3. Cili nga ekuacionet e mëposhtme nuk ka zgjidhje?

1 pikë

- A) $x^2 = 3$
- B) $x^3 = -3$
- C) $x^4 = -1$
- D) $x^3 = 0$

4. Jepen bashkësitë $A = \{-1; \sqrt{2}; 4\}$ dhe $B = \{x \in \mathbb{Z} / 0 \leq x \leq 6\}$. Numri i elementëve të $A \cup B$ është:

1 pikë

- A) 3
- B) 4
- C) 7
- D) 9

5. Diagonalet e një rombi janë 6cm dhe 8cm. Perimetri i tij (në cm) është:

1 pikë

- A) 48
- B) 24
- C) 20
- D) 10

6. Nëse një kënd rrethor pret një hark sa çereku i rrethit, atëherë masa e tij është:

1 pikë

- A) 120°
- B) 90°
- C) 60°
- D) 45°

7. Grafiku i funksionit $y = x^2 - 1$ pret boshtin OY në pikën me ordinatë:

1 pikë

- A) 4
- B) 2
- C) -1
- D) -2

8. Inekuacioni $-2x < 6$ është i njëvlefshëm me:

1 pikë

- A) $x > 3$
- B) $x < 3$
- C) $x < -3$
- D) $x > -3$

9. Ekuacioni $x^3 + 3x = 0$ ka:

1 pikë

- A) 0 rrënjë
- B) 1 rrënjë
- C) 2 rrënjë
- D) 3 rrënjë

10. Në barazimin $\frac{3}{x} = \frac{9}{6}$ vlera e x është:

1 pikë

- A) 1
- B) 2
- C) 6
- D) 9

11. Prodhimi i rrënjëve të ekuacionit $x^2 - 3x - 5 = 0$ është:

1 pikë

- A) -5
- B) -3
- C) 3
- D) 2

12. Zgjidhje e ekuacionit $3 - \frac{x}{2} = 1$ është numri:

1 pikë

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

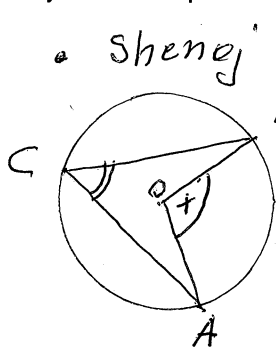
13. Shprehja $(2x - 1)^2$ është e njëvlereshme me:

1 pikë

- A) $4x^2 - 1$
- B) $4x^2 + 1$
- C) $4x^2 - 4x - 1$
- D) $4x^2 - 4x + 1$

14. Në një rreth këndi rrethor është 50° më i vogël se këndi qëndror që mbështetet në të njëjtin hark. Gjeni këndin qëndror.

3 pikë



Shenjë x gradë masën e këndit qendrorë.
 Masa e këndit rrethorë është $x - 50^\circ$
 Nga vetia e këndit rrethor kemi
 $x = 2(x - 50^\circ) \Rightarrow x = 2x - 100^\circ \Rightarrow x - 2x = -100^\circ$
 $\Rightarrow -x = -100^\circ \Rightarrow \underline{|x = 100^\circ|}$
 P: Masa e këndit rrethorë është $x = 100^\circ$

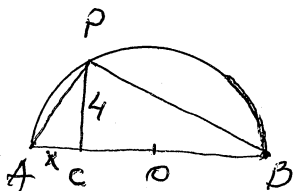
15. Altini kishte një sasi lekësh. Në fillim shpenzoi $\frac{1}{4}$ e shumës. Më vonë shpenzoi gjysmën e sasisë së mbetur, dhe në fund i mbetën 600 lekë. Sa lekë kishte në fillim Altini?

3 pikë

Shenjë në fillim Altini kishte, x lekë.
 Shpenzimi i parë $\frac{1}{4}x$ lekë dhe mbetën
 $x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x$
 Shpenzimi i dytë $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}x$ (lek) = $\frac{3}{8}x$ (lek)
 Në fund mbeten $x - (\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x) = 600$ (lek)
 $x - \frac{2x + 3x}{8} = 600 \Rightarrow 8x - 5x = 4800 \Rightarrow 3x = 4800$
 $\Rightarrow \underline{|x = 1600 \text{ Lekë}|}$. Prova. $1600 - (\frac{1}{4} \cdot 1600 + \frac{3}{8} \cdot 1600) = 600$
 $1600 - 1000 = 600. \checkmark$
 P: Altini kishte 1600 Lekë.

16. Diametri AB i një gjysmërrethi është 10 cm. Në gjysmërreth merret pika P me largesë 4 cm nga diametri. Gjeni gjatësinë e kordës AP.

3 pikë



$AB = 10 \text{ cm}$
 $PC = 4 \text{ cm}$
 Shenjë $AC = x \text{ cm}$
 $x > 0$ dhe $x < 10$

Kemi $4^2 = x(10 - x) \Rightarrow$
 $16 = 10x - x^2 \Rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$
 $D = 10^2 - 4 \cdot 16 = 100 - 64 = 36$
 $2x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{36}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10+6}{2} = 8 \\ x_2 = \frac{10-6}{2} = 2 \end{cases}$
 Për $x = 8$
 Në $\triangle APC$ kemi $AP^2 = 8^2 + 4^2$
 $AP^2 = 64 + 16 \Rightarrow AP^2 = 80 \Rightarrow \underline{|AP = 4\sqrt{5}|}$
 Për $x = 2$
 Në $\triangle APC$ kemi $AP^2 = 2^2 + 4^2$
 $AP^2 = 4 + 16 \Rightarrow AP^2 = 20 \Rightarrow \underline{|AP = 2\sqrt{5}|}$
 P: Kështu AP ka gjatësi $4\sqrt{5}$ cm ose $2\sqrt{5}$ cm

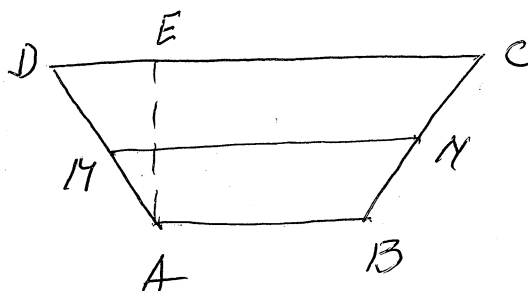
Nga shënimet $BC = 10 - x$
 Në trekëndëshin APB kemi
 $m(\hat{APB}) = 90^\circ$ si kënd rrethor që mbështetet në diametër, PC lartësi.
 Nga teorema e Euklidit

17. Bazat e trapezit dhe lartësia e tij rrine përkatësisht si 3:4:2 kurse vija e mesme e trapezit është 21cm

a) Gjeni bazat dhe lartësinë e trapezit.

2 pikë

• M. q. s $AB:CD:AE = 3:4:2$
dhe duke shënuar me x
koeficientin e propjestimit
kemi $AB=3x$ $CD=4x$ dhe
 $AE=2x$



• Nga $MN = \frac{1}{2}(AB+CD) = 21$ kemi $\frac{1}{2}(3x+4x) = 21 \Rightarrow \frac{7}{2}x = 21$
 $\Rightarrow x = \frac{2 \cdot 21}{7} \Rightarrow x = 6$. Duke zëvendësuar $AB = 3 \cdot 6 \Rightarrow AB = 18 \text{ cm}$
 $CD = 4 \cdot 6 \Rightarrow CD = 24 \text{ cm}$ dhe $AE = 2 \cdot 6 \Rightarrow AE = 12 \text{ cm}$

b) Njehsoni syprinën e trapezit.

2 pikë

Dimë se $S_{\square} = \frac{AB+CD}{2} \cdot AE$ ose $S_{\square} = MN \cdot AE$

$$\Rightarrow S_{\square} = 21 \cdot 12 = 252 \text{ cm}^2 \Rightarrow S = 252 \text{ cm}^2$$

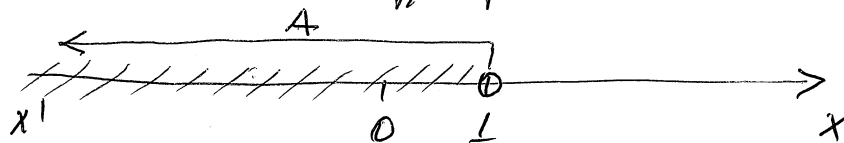
P: $S_{\square} = 252 \text{ cm}^2$

18. a) Zgjidhni inekuacionin $\frac{3-x}{2} > 1$, dhe paraqitni bashkësinë e zgjidhjeve të tij në boshtin numerik.

2 pikë

• $\frac{3-x}{2} > 1$ shumëzoj me 2, $\Rightarrow 3-x > 2 \Rightarrow 3-2 > x$

$\Rightarrow 1 > x$. • Bashkësia e zgjidhjeve $A =]-\infty, 1[$



b) Të zgjidhet ekuacioni $(x-1)^2 + x = 1$

3 pikë

• $(x-1)^2 + x = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow$

• $x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ose $x-1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$ ose $x_2 = 1$

Provë: $|x=0| (0-1)^2 + 0 = 1 \Rightarrow 1 = 1 \vee |x=1| (1-1)^2 + 1 = 1$
 $\Leftrightarrow 0 + 1 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \vee$

P: Rrënjë të ekuacionit janë $x_1 = 0, x_2 = 1$.

19. Jepet funksioni $y=x^2-4x+7$

a) Gjeni pikat e grafikut të tij me ordinatë 3.

2 pikë

Pikat e grafikut me ordinatë 3 janë ato pika që kanë abshisë si zgjidhje të ekuacionit

$$3 = x^2 - 4x + 7 \Rightarrow x^2 - 4x + 7 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

Pika është $A(2, 3)$

P: Pika $A(2, 3)$ është pika në grafikun e funksionit

b) Gjeni pikat e grafikut të tij me abshisë 1.

1 pikë

Pika e grafikut me abshisë 1 është pika që ka ordinatë $y = 1^2 - 4 \cdot 1 + 7 \Rightarrow y = 1 - 4 + 7 \Rightarrow y = 4$

Pika $B(1, 4)$

P: Pika $B(1, 4)$ është pikë e grafikut

20. Mesatarja e 4 numrave çift të njëpasnjëshëm është 7. Gjeni numrin më të madh.

2 pikë

Shenaj x numrin më të vogël. Dime se kur x është numri çift më i vogël, numrat e tjerë janë $x+2$, $x+4$, $x+6$. Pra numri më i madh është $x+6$.

$$\frac{x + (x+2) + (x+4) + (x+6)}{4} = 7 \Leftrightarrow x + x + 2 + x + 4 + x + 6 = 28$$

$$\Leftrightarrow 4x + 12 = 28 \Leftrightarrow 4x = 28 - 12 \Leftrightarrow 4x = 16$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{4} \Leftrightarrow \boxed{x=4} \quad x+6 = 4+6 = 10$$

P: Numri më i madh është 10

21. Të zgjidhet ekuacioni: $\frac{x^2}{9} = \frac{x+2}{2}$

3 pikë

$\frac{x^2}{9} = \frac{x+2}{2}$ (emuesi i përba shikë't është 18)
 duke shumëzuar me 18 dy anët e ekuacionit kem.

$$2(x^2) = 9(x+2) \Leftrightarrow 2x^2 = 9x+18 \Leftrightarrow 2x^2 - 9x - 18 = 0$$

$$a=2, b=-9, c=-18 \quad \Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-18) = 81 + 144 = 225$$

$$\Delta = 225 > 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm 15}{4}$$

$$x_1 = \frac{9+15}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

P; Rrënjë të ekuacionit

$$x_2 = \frac{9-15}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

jane $x_1 = 6$ dhe $x_2 = -\frac{3}{2}$

3 pikë

22. Të zgjidhet sistemi $\begin{cases} x+y=2 \\ x+2y=5 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2-x \\ x+2(2-x)=5 \end{cases}$$

Zgjidhim ekuacionin

$$x+2(2-x)=5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x+4-2x=5 \Leftrightarrow x-2x=5-4 \Leftrightarrow -x=1 \Leftrightarrow \boxed{x=-1}$$

Zëvendësojmë x , tek $y=2-x \Rightarrow y=2-(-1) \Rightarrow y=2+1$

$$\Rightarrow \boxed{y=3}$$

P: Zgjidhje e sistemit $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$ ose çifti $(-1, 3)$

23. Thjeshtoni shprehjen $3\sqrt{32} - \sqrt{8}$.

2 pikë

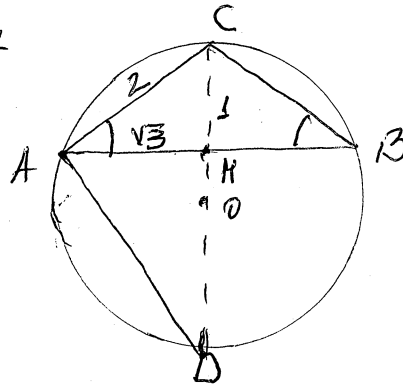
$$\begin{aligned} 3\sqrt{32} - \sqrt{8} &= 3\sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2} = 3\sqrt{16} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \\ &= 3 \cdot 4 \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

P: Shprehja thjeshtohet në $10\sqrt{2}$.

24. Jepet trekëndeshi dybrinjnjishëm ABC me bazë $2\sqrt{3}$ cm dhe lartësia mbi të 1 cm.
Gjeni rrezën e rrethit jashtëshkruar trekëndëshit ABC.

3 pikë

• Dimë se qendra e rrethit jashtëshkruar trekëndëshit ABC është pikëprerje e përmesoreve të brinjëve shpenj O qendrën e rrethit që ndodhet në përmesoren (CM).



• Në ΔACM kemi $CM = 1$ cm, $AM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3}$

$AM = \sqrt{3}$ cm. Nga teorema e Pitagorës kemi
 $AC^2 = (AM)^2 + (CM)^2 \Rightarrow AC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 \Rightarrow AC^2 = 3 + 1$
 $\Rightarrow AC^2 = 4 \Rightarrow AC = \sqrt{4} \Rightarrow \underline{AC = 2 \text{ cm}}$

M.q.s kateti $MC = 1$ cm, është sa gjysma e hipotenuzes AC , atëherë $\hat{C}AM = \hat{C}BM = 30^\circ$.

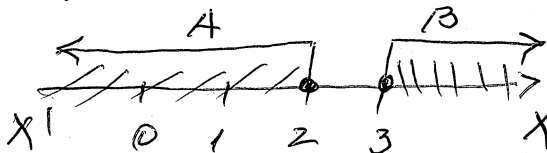
• Nga vetia e këndit shtetor në ΔDAC kemi $\hat{A} = 90^\circ$ dhe $\hat{D} = 30^\circ$ kety kateti $AC = \frac{1}{2} \cdot DC \Rightarrow$
 $2 = \frac{1}{2} DC = R \Rightarrow \underline{R = 2 \text{ cm}}$

P: Rrezja e rrethit jashtëshkruar është $R = 2$ cm

25. Gjeni bashkësinë e vlerave të x , për të cilat ka kuptim shprehja $\sqrt{2-x} + \sqrt{x-3}$.

3 pikë

- Shprehja ka kuptim për $x \in E = \{x \in \mathbb{R} / 2-x \geq 0 \text{ dhe } x-3 \geq 0\}$
- Boshkësia e vlerave të x , është zgjidhja e sistemit
 - $\begin{cases} 2-x \geq 0 & \text{I} \\ x-3 \geq 0 & \text{II} \end{cases}$
 - Inekuacioni I ka bashkësi të zgjidhjeve, $2-x \geq 0 \Rightarrow 2 \geq x, A =]-\infty, 2]$
 - Inekuacioni II ka bashkësi të zgjidhjeve, $x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3, B = [3, +\infty[$.
- Sistemi ka bashkësi të zgjidhjeve $E = A \cap B$



M.q.s $E = A \cap B = \emptyset$ kemi

P: Shprehja nuk ka kuptim në \mathbb{R}